

A1 (базовый уровень, время – 1 мин)

Тема: Системы счисления и двоичное представление информации в памяти компьютера.

Что нужно знать:

- перевод чисел между десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системами счисления (см. презентацию «Системы счисления»)

Полезно помнить, что в двоичной системе:

- четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
- числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2^k , оканчиваются на k нулей
- если число N принадлежит интервалу $2^{k-1} \leq N < 2^k$, в его двоичной записи будет всего k цифр, например, для числа **125**:

$$2^6 = 64 \leq 125 < 128 = 2^7, \quad 125 = 1111101_2 \text{ (7 цифр)}$$

- числа вида 2^k записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например:
 $16 = 2^4 = 10000_2$
- числа вида $2^k - 1$ записываются в двоичной системе k единиц, например:
 $15 = 2^4 - 1 = 1111_2$
- если известна двоичная запись числа N , то двоичную запись числа $2 \cdot N$ можно легко получить, приписав в конец ноль, например:

$$15 = 1111_2, \quad 30 = 11110_2, \quad 60 = 111100_2, \quad 120 = 1111000_2$$

- отрицательные целые числа хранятся в памяти в двоичном дополнительном коде (подробнее см. презентацию «Компьютер изнутри»)
- для перевода отрицательного числа ($-a$) в двоичный дополнительный код нужно сделать следующие операции:
 - перевести число $a-1$ в двоичную систему счисления
 - сделать инверсию битов: заменить все нули на единицы и единицы на нули в пределах разрядной сетки (см. пример далее)

Пример задания:

Сколько единиц в двоичной записи числа 1025?

- 1) 1 2) 2 3) 10 4) 11

Решение (вариант 1, прямой перевод):

- 1) переводим число 1025 в двоичную систему: $1025 = 1000000001_2$
- 2) считаем единицы, их две
- 3) Ответ: **2**

Возможные проблемы:

легко запутаться при переводе больших чисел.

Решение (вариант 2, разложение на сумму степеней двойки):

- 1) тут очень полезно знать наизусть таблицу степеней двойки, где $1024 = 2^{10}$ и $1 = 2^0$
- 2) таким образом, $1025 = 1024 + 1 = 2^{10} + 2^0$
- 3) вспоминая, как переводится число из двоичной системы в десятичную (значение каждой цифры умножается на 2 в степени, равной её разряду), понимаем, что в двоичной записи

числа равно столько единиц, сколько в приведенной сумме различных степеней двойки, то есть, 2

4) Ответ: **2**

Возможные проблемы:

нужно помнить таблицу степеней двойки.

Когда удобно использовать:

- когда число чуть больше какой-то степени двойки

Ещё пример задания:

Дано: $a = D7_{16}$ и $b = 331_8$. Какое из чисел c , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < c < b$?

- 1) 11011001_2 2) 11011100_2 3) 11010111_2 4) 11011000_2

Общий подход:

перевести все числа (и исходные данные, и ответы) в одну (любую!) систему счисления и сравнить.

Решение (вариант 1, через десятичную систему):

- 5) $a = D7_{16} = 13 \cdot 16 + 7 = 215$
 6) $b = 331_8 = 3 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8 + 1 = 217$
 7) переводим в десятичную систему все ответы:
 $11011001_2 = 217$, $11011100_2 = 220$, $11010111_2 = 215$, $11011000_2 = 216$
 8) очевидно, что между числами 215 и 217 может быть только 216
 9) таким образом, верный ответ – 4.

Возможные проблемы:

арифметические ошибки при переводе из других систем в десятичную.

Решение (вариант 2, через двоичную систему):

- 1) $a = D7_{16} = 1101\ 0111_2 = 11010111_2$ (каждая цифра шестнадцатеричной системы *отдельно* переводится в четыре двоичных – *тетраду*);
 2) $b = 331_8 = 011\ 011\ 001_2 = 11011001_2$ (каждая цифра восьмеричной системы *отдельно* переводится в три двоичных – *триаду*, старшие нули можно не писать);
 3) теперь нужно сообразить, что между этими числами находится только двоичное число 11011000_2 – это ответ 4.

Возможные проблемы:

запись двоичных чисел однородна, содержит много одинаковых символов – нулей и единиц, поэтому легко запутаться и сделать ошибку.

Решение (вариант 3, через восьмеричную систему):

- 1) $a = D7_{16} = 11010111_2 = 011\ 010\ 111_2 = 327_8$ (сначала перевели в двоичную систему, потом двоичную запись числа разбили на триады **справа налево**, каждую триаду перевели *отдельно* в десятичную систему, так как для чисел от 0 до 7 их восьмеричная запись совпадает с десятичной);
 2) $b = 331_8$, никуда переводить не нужно;

- 3) переводим в восьмеричную систему все ответы:
 $11011001_2 = 011\ 011\ 001_2 = 331_8$ (разбили на триады **справа налево**, каждую триаду перевели *отдельно* в десятичную систему, как в п. 1)
 $11011100_2 = 334_8$, $11010111_2 = 327_8$, $11011000_2 = 330_8$
- 4) в восьмеричной системе между числами 327_8 и 331_8 может быть только 330_8
- 5) таким образом, верный ответ – 4.

Возможные проблемы:

нужно помнить двоичную запись чисел от 0 до 7 (или переводить эти числа в двоичную систему при решении).

Решение (вариант 4, через шестнадцатеричную систему):

- 1) $a = D7_{16}$ никуда переводить не нужно;
- 2) $b = 331_8 = 11011001_2 = 1101\ 1001_2 = D9_{16}$ (сначала перевели в двоичную систему, потом двоичную запись числа разбили на тетрады **справа налево**, каждую тетраду перевели в шестнадцатеричную систему; при этом тетрады можно переводить из двоичной системы в десятичную, а затем заменить все числа, большие 9, на буквы – А, В, С, D, E, F);
- 3) переводим в шестнадцатеричную систему все ответы:
 $11011001_2 = 1101\ 1001_2 = D9_{16}$ (разбили на тетрады **справа налево**, каждую тетраду перевели *отдельно* в десятичную систему, все числа, большие 9, заменили на буквы – А, В, С, D, E, F, как в п. 1)
 $11011100_2 = DC_{16}$, $11010111_2 = D7_{16}$, $11011000_2 = D8_{16}$
- 4) в шестнадцатеричной системе между числами $D7_{16}$ и $D9_{16}$ может быть только $D8_{16}$
- 5) таким образом, верный ответ – 4.

Возможные проблемы:

нужно помнить двоичную запись чисел от 0 до 15 (или переводить эти числа в двоичную систему при решении).

Выводы:

- есть несколько способов решения, «каждый выбирает для себя»;
- наиболее сложные вычисления – при переводе всех чисел в десятичную систему, можно легко ошибиться;
- сравнивать числа в двоичной системе сложно, также легко ошибиться;
- видимо, в этой задаче наиболее простой вариант – использовать восьмеричную систему, нужно просто запомнить двоичные записи чисел от 0 до 7 и аккуратно все сделать;
- в других задачах может быть так, что выгоднее переводить все в десятичную или шестнадцатеричную систему счисления.

Еще пример задания:

Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа (-78) ?

- 1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

Решение (вариант 1, классический):

- 1) переводим число 78 в двоичную систему счисления:
 $78 = 64 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 1001110_2$

- 2) по условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит, поэтому нужно представить число с помощью 8 разрядов
- 3) чтобы получилось всего 8 разрядов (бит), добавляем впереди один ноль:

$$78 = 01001110_2$$
- 4) делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):

$$01001110_2 \rightarrow 10110001_2$$
- 5) добавляем к результату единицу

$$10110001_2 + 1 = 10110010_2$$

 это и есть число **(-78)** в двоичном дополнении
- 6) в записи этого числа 4 единицы
- 7) таким образом, верный ответ - 2.

Возможные ловушки и проблемы:

- нужно не забыть в конце добавить единицу, причем это может быть не так тривиально, если будут переносы в следующий разряд – тут тоже есть шанс ошибиться из-за невнимательности

Решение (вариант 2, неклассический):

- 1) переводим число $78 - 1 = 77$ в двоичную систему счисления:

$$77 = 64 + 8 + 4 + 1 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 1001101_2$$
- 2) по условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит, поэтому нужно представить число с помощью 8 разрядов
- 3) чтобы получилось всего 8 разрядов (бит), добавляем впереди один ноль:

$$77 = 01001101_2$$
- 4) делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):

$$01001101_2 \rightarrow 10110010_2$$

 это и есть число **(-78)** в двоичном дополнении
- 5) в записи этого числа 4 единицы
- 6) таким образом, верный ответ - 2.

Возможные ловушки и проблемы:

- нужно помнить, что в этом способе в двоичную систему переводится не число **a**, а число **a-1**; именно этот прием позволяет избежать добавления единицы в конце (легче вычесть в десятичной системе, чем добавить в двоичной)

Решение (вариант 3, неклассический):

- 1) переводим число 78 в двоичную систему счисления:

$$78 = 64 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 1001110_2$$
- 2) по условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит, поэтому нужно представить число с помощью 8 разрядов
- 3) чтобы получилось всего 8 разрядов (бит), добавляем впереди один ноль:

$$78 = 01001110_2$$
- 4) для всех битов, которые стоят **слева от младшей единицы**, делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):

$$01001110_2 \rightarrow 10110010_2$$

 это и есть число **(-78)** в двоичном дополнении
- 5) в записи этого числа 4 единицы
- 6) таким образом, верный ответ - 2.

Возможные ловушки и проблемы:

- нужно помнить, что при инверсии младшая единица и все нули после нее не меняются

Задачи для тренировки¹:

- 1) Как представлено число 83_{10} в двоичной системе счисления?
1) 1001011_2 2) 1100101_2 3) 1010011_2 4) 101001_2
- 2) Сколько единиц в двоичной записи числа 195?
1) 5 2) 2 3) 3 4) 4
- 3) Сколько единиц в двоичной записи числа 173?
1) 7 2) 5 3) 6 4) 4
- 4) Как представлено число 25 в двоичной системе счисления?
1) 1001_2 2) 11001_2 3) 10011_2 4) 11010_2
- 5) Как представлено число 82 в двоичной системе счисления?
1) 1010010_2 2) 1010011_2 3) 100101_2 4) 1000100_2
- 6) Как представлено число 263 в восьмеричной системе счисления?
1) 301_8 2) 650_8 3) 407_8 4) 777_8
- 7) Как записывается число 567_8 в двоичной системе счисления?
1) 1011101_2 2) 100110111_2 3) 101110111_2 4) 11110111_2
- 8) Как записывается число $A87_{16}$ в восьмеричной системе счисления?
1) 435_8 2) 1577_8 3) 5207_8 4) 6400_8
- 9) Как записывается число 754_8 в шестнадцатеричной системе счисления?
1) 738_{16} 2) $1A4_{16}$ 3) $1EC_{16}$ 4) $A56_{16}$
- 10) Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа **(-128)** ?
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
- 11) Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа **(-35)** ?

¹ Источники заданий:

1. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004-2011 гг.
2. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. — СПб: Тригон, 2009.
3. Якушкин П.А., Лещинер В.Р., Кириенко Д.П. ЕГЭ 2010. Информатика. Типовые тестовые задания. — М.: Экзамен, 2010.
4. Абрамян М.Э., Михалкович С.С., Русанова Я.М., Чердынцева М.И. Информатика. ЕГЭ шаг за шагом. — М.: НИИ школьных технологий, 2010.
5. Чуркина Т.Е. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
6. Самылкина Н.Н., Островская Е.М. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
7. Тренировочные и диагностические работы МИОО 2010-2011 гг.

- 1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

12) Дано: $a = 9D_{16}$, $b = 237_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 10011010_2 2) 10011110_2 3) 10011111_2 4) 11011110_2

13) Дано: $a = F7_{16}$, $b = 371_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11111001_2 2) 11011000_2 3) 11110111_2 4) 11111000_2

14) Дано: $a = DD_{16}$, $b = 337_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11011010_2 2) 11111110_2 3) 11011110_2 4) 11011111_2

15) Дано: $a = EA_{16}$, $b = 354_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11101010_2 2) 11101110_2 3) 11101011_2 4) 11101100_2

16) Дано: $a = E7_{16}$, $b = 351_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11101010_2 2) 11101000_2 3) 11101011_2 4) 11101100_2

17) Дано: $a = 322_8$, $b = D4_{16}$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11010011_2 2) 11001110_2 3) 11001010_2 4) 11001100_2

18) Дано: $a = D1_{16}$, $b = 333_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11100011_2 2) 11011010_2 3) 10101101_2 4) 11011101_2

19) Сколько единиц в двоичной записи числа 64?

- 1) 1 2) 2 3) 4 4) 6

20) Сколько единиц в двоичной записи числа 127?

- 1) 1 2) 2 3) 6 4) 7

21) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа 48?

- 1) 1 2) 2 3) 4 4) 6

22) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа 254?

- 1) 1 2) 2 3) 4 4) 8

23) Какое из чисел является наименьшим?

- 1) $E6_{16}$ 2) 347_8 3) 11100101_2 4) 232
- 24) Какое из чисел является наибольшим?
- 1) $9B_{16}$ 2) 234_8 3) 10011010_2 4) 153
- 25) Дано: $a = A7_{16}$, $b = 251_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 10101100_2 2) 10101010_2 3) 10101011_2 4) 10101000_2
- 26) Дано: $a = DD_{16}$, $b = 337_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 11011010_2 2) 11111110_2 3) 11011111_2 4) 11011110_2
- 27) Дано: $a = 222_8$, $b = 94_{16}$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 10001010_2 2) 10001110_2 3) 10010011_2 4) 10001100_2
- 28) Дано: $a = EA_{16}$, $b = 354_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 11101010_2 2) 11101110_2 3) 11101100_2 4) 11101011_2
- 29) Дано: $a = AA_{16}$, $b = 255_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 10101010_2 2) 10111100_2 3) 10100011_2 4) 10101100_2
- 30) Сколько единиц в двоичной записи числа 173?
- 1) 4 2) 5 3) 6 4) 7
- 31) Дано: $a = 70_{10}$, $b = 40_{16}$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $b < C < a$?
- 1) 1000000_2 2) 1000110_2 3) 1000101_2 4) 1000111_2
- 32) Дано: $a = 91_{16}$, $b = 352_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 10001001_2 2) 10001100_2 3) 11010111_2 4) 11111000_2
- 33) Дано: $a = 11100110_2$, $b = 271_8$. Какое из чисел C , записанных в шестнадцатеричной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a > C > b$?
- 1) AA_{16} 2) $B8_{16}$ 3) $D6_{16}$ 4) $F0_{16}$

34) Дано: $x = 1F4_{16}$, $y = 701_8$. Какое из чисел Z , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $y < Z < x$?

- 1) 111111001_2 2) 111100111_2 3) 110111100_2 4) 110110111_2

35) Дано: $a = 10110111_2$, $b = A6_{16}$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $b < C < a$?

- 1) 10111010_2 2) 10101010_2 3) 101010100_2 4) 10100010_2

36) Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 513?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

37) Сколько нулей в двоичной записи десятичного числа 497?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4