

V13 (повышенный уровень, время – 7 мин)

Тема: Анализ дерева решений.

Что нужно знать:

- уметь строить дерево решений
- уметь искать одинаковые числа в списке
- уметь считать разные числа в списке

Пример задания:

У исполнителя Калькулятор две команды:

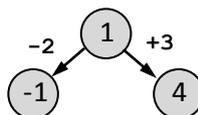
1. прибавь 3,
2. вычти 2.

Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая – уменьшает его на 2 (отрицательные числа допускаются).

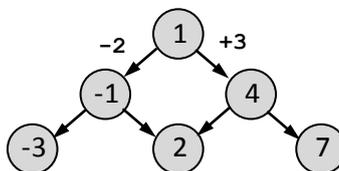
Программа для Калькулятора – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 5 команд?

Решение (1 способ, построение полного графа решения):

- 1) будем строить дерево решений следующим образом: выясним, какое число можно получить из начального значения 1 за 1 шаг:

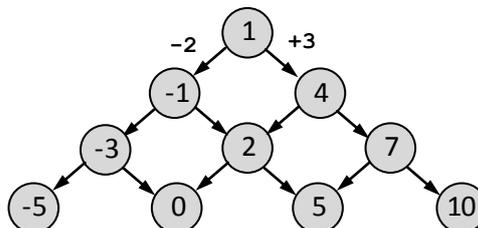


- 2) теперь посмотрим, что удастся получить за 2 шага; учитывая, что $(-2+3)=(+3-2)$, одно из значений повторяется: мы можем получить $-1+3=2$ и $4-2=2$, то есть получается не дерево, а граф:



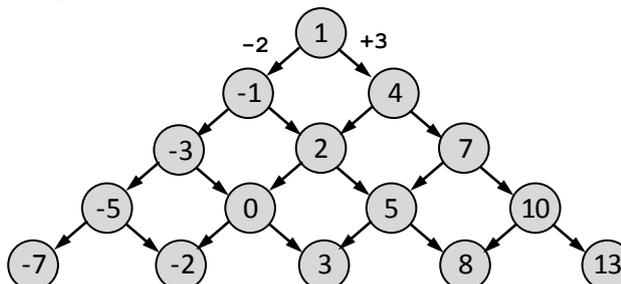
так с помощью программ, содержащих ровно 2 команды, можно получить 3 различных числа

- 3) строим еще уровень: программы из 3-х команд дают 4 разных числа:

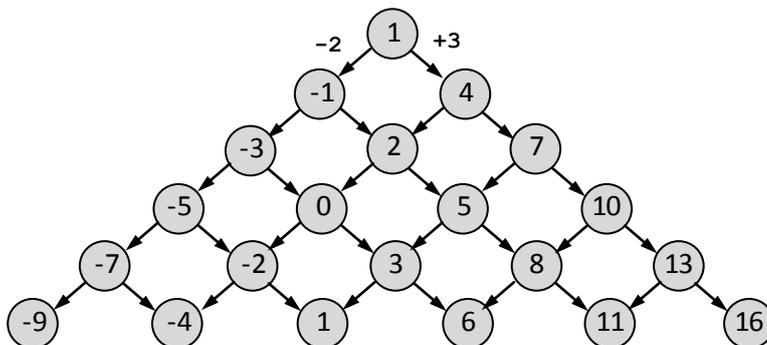


обратим внимание, что числа на каждом уровне отличаются друг от друга на $5=(+3-(-2))$, то есть они не могут повторяться

- 4) четвертый уровень дает 5 различных чисел:



- 5) и пятый – 6 решений:



б) Ответ: **6**.

Решение (2 способ, краткий):

- 1) как следует из приведенных построений, если система команд исполнителя состоит из двух команд сложения/ вычитания, то все возможные программы, содержащие ровно N команд, дают $N+1$ различных чисел
- 2) Ответ: **6**.

Решение (3 способ, Л.В. Зенцова, лицей № 36 ОАО "РЖД" г.Иркутска):

- 1) для сложения справедлив переместительный (коммутативный) закон, значит, порядок команд в программе не имеет значения
- 2) поэтому существует всего 6 возможных программ, состоящих ровно из 5 команд (с точностью до перестановки):

11111

11112

11122

11222

12222

22222

3) Ответ: **6**.

Ещё пример задания:

У исполнителя Калькулятор две команды:

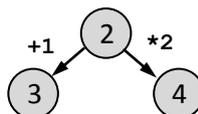
1. прибавь 1
2. умножь на 2.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – удваивает его.

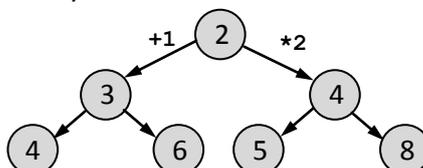
Программа для Калькулятора – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит ровно 4 команд?

Решение (1 способ, построение полного графа решения):

- 1) будем строить дерево решений следующим образом: выясним, какое число можно получить из начального значения 1 за 1 шаг:

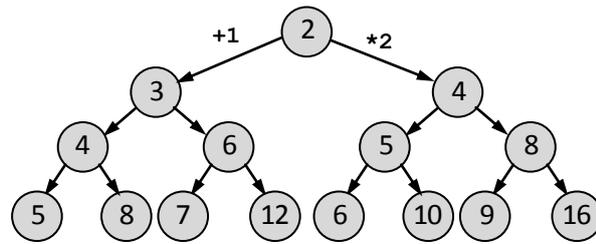


- 2) теперь посмотрим, что удастся получить за 2 шага:



в отличие от предыдущей задачи, здесь порядок выполнения операций влияет на результат, поэтому пока все числа получаются разные

3) делаем 3-й шаг, получаем 8 разных чисел:



4) на 4-ом шаге рассматриваем все возможные программы из 4-х команд, получаем числа

6, 10, 9, 16, 8, 14, 13, 24, 7, 12, 11, 20, 10, 18, 17, 32

5) здесь всего 16 чисел, но одно из них (10) повторяется 2 раза, а остальные встречаются по 1 разу, поэтому получаем 15 различных чисел

6) Ответ: 15.

Задачи для тренировки¹:

1) У исполнителя Калькулятор две команды:

1. прибавь 2
2. прибавь 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая – на 3. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит ровно 10 команд?

2) У исполнителя Калькулятор две команды:

1. прибавь 1
2. прибавь 2.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – на 2. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит не более 4 команд?

3) У исполнителя Калькулятор две команды:

1. прибавь 2
2. умножь на 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая – утраивает его. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит ровно 3 команды?

4) У исполнителя Калькулятор две команды:

1. прибавь 2
2. умножь на 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая – утраивает его. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит не более 4 команд?

5) У исполнителя Калькулятор две команды:

1. прибавь 1
2. прибавь 4.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – на 4. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит не более 3 команд?

6) У исполнителя Калькулятор две команды:

1. умножь на 2
2. умножь на 3.

Первая из них умножает число на экране на 2, вторая – утраивает его. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит ровно 3 команды?

7) У исполнителя Калькулятор две команды:

1. умножь на 2
2. умножь на 3.

Первая из них умножает число на экране на 2, вторая – утраивает его. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит не более 3 команд?

8) У исполнителя Калькулятор две команды:

1. прибавь 4,
2. вычти 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 4, вторая – уменьшает его на 3 (отрицательные числа допускаются). Программа для Калькулятора – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 7 команд?

¹ Источники заданий:

1. Тренировочные работы МИОО 2011-2012.
2. Авторские разработки.